

תרגיל 7

שאלה 1

6.1 נתונה הצורה הפונקציונלית הבאה של מודל לא לינארי (נתעלם מההפרעה האקראית):

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \beta_3 (1/X)$$

כאשר כל הפרמטרים חיוביים.

1. גזור את ההשפעה השולית של המשתנה הבלתי תלוי X על המשתנה התלוי Y .
 2. חשב את גמישות Y ביחס ל- X ורשום את הביטוי המתקבל במונחי X בלבד.
 3. תאר גרפית את צורת הקשר בין Y ל- X עבור $X > 0$.
- כדי לבחון הוספה של החלק הלא לינארי במודל $\beta_3 (1/X)$, יש צורך להתחיל עם המודל הלינארי הבסיסי ולבצע מבחן LM.
4. תאר את הרגרסיה שיש להריץ והסבר כיצד תחשב את הסטטיסטי לצורך ביצוע המבחן.
 5. מהי ההתפלגות של הסטטיסטי המחושב ומספר דרגות החופש?
 6. תאר כיצד תחליט האם לדחות את השערת האפס ברמת מובהקות של 5%.
 7. חזור על כל סעיפי השאלה למעט סעיף 3, כאשר המשתנה התלוי הוא $\ln Y$ במקום Y .

שאלה 2

(6.4) נניח פונקצית ייצור מסוג קוב-דאגלס: $Q_t = e^{\alpha} K_t^{\beta} L_t^{\gamma} e^{u_t}$. ברשותך נתונים לגבי Q, K, L ו- U .

1. גזור מודל (נסמן אותו כמודל R) שניתן לאמוד אותו באמצעות פרוצדורת OLS.
2. הועלתה השערה שלפיה הפרמטרים α, β, γ אינם קבועים, אלא משתנים עם השינוי במשתנה הזמן ("time-varying"), כלומר $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 t$, וכך גם לגבי β, γ , כאשר t הוא משתנה הזמן הרץ מ-1 עד n . גזור מודל נוסף (נסמן אותו כמודל U) שניתן להשתמש בו לצורך קבלת אומדנים של הפרמטרים החדשים שרשמנו.
3. איזה משתנים תכלול כדי לאמוד את מודל U?
4. נסח את ההשערה המשותפת לגבי מודל U שלפיה מודל R הוא המודל המוגבל (Restricted). מהי ההשערה האלטרנטיבית?
5. נניח שברשותך 46 תצפיות ($n=46$). אם ברצונך להשתמש במבחן Wald, רשום ביטוי לסטטיסטי המחושב. הגדר בבירור את כל הסמלים שאתה משתמש בהם ורשום ערכים מספריים בנוסחה המתארת את הסטטיסטי והיכן שניתן לרשום ערכים מספריים לפי נתוני השאלה.
6. מהי ההתפלגות של הסטטיסטי המחושב ומספר דרגות החופש שלו?
7. ציין מספרית מהו הערך הקריטי ברמת מובהקות של 5%.
8. תאר את כלל החלטה של המבחן.

שאלה 3

6.8 מנהל מכירות של חברה מאמין שהיקף המכירות של החברה (S_t) גדל לאורך זמן לפי המודל

הבא: $S_t = S_0(1+g)^t$. כמו כן, ידוע, כי נתקבלו תוצאות הרגרסיה הבאות:

$$\widehat{\ln S_t} = 3.6889 + 0.0583t$$

1. מהו האומדן לשיעור הצמיחה השנתי בהיקף המכירות (g)?
2. מהו האומדן להיקף המכירות ההתחלתי (S_0)?
3. מצא אומדן להיקף המכירות הצפוי של החברה לאחר חמש תקופות.

שאלה 4

6.10 ע"י שימוש בנתונים רבעוניים של ארה"ב במשך 10 שנים, כלומר ב-40 תצפיות, נאמדו

פרמטרים של מודל לוגריתמי (double-log). נתקבלו התוצאות הבאות:

$$\widehat{\ln(\text{NUMCARS})} = -39.772 - 2.157 \ln(\text{PRICE}) + 4.569 \ln(\text{INCOME}) + 3.105 \ln(\text{POP}) - 0.160 \ln(\text{INTRATE}) - 0.000784 \ln(\text{UNEMP})$$

Model A:

כאשר NUMCARS הוא מספר המכוניות שנמכרו, PRICE הוא אינדקס מחירים, INCOME הוא ההכנסה לנפש, POP הוא האוכלוסיה הכוללת, INTRATE הוא שיעור ריבית הפריים, UNEMP הוא שיעור האבטלה. כדי לבחון את השערת האפס המשותפת שלפיה המקדמים עבור $\ln(\text{POP})$ ו- $\ln(\text{UNEMP})$ שניהם יחד שווים לאפס, נאמדו הפרמטרים של המודל הבא (הערכים בסוגריים הם סטיות התקן של המקדמים):

$$\widehat{\ln(\text{NUMCARS})} = -28.069 - 1.557 \ln(\text{PRICE}) + 4.807 \ln(\text{INCOME}) - 0.208 \ln(\text{INTRATE})$$

Model B:

(5.544) (0.230) (0.708) (0.058)

סכום ריבועי הסטיות עבור מודל A הוא 0.309293 ועבור מודל B הוא 0.311974.

1. חשב את הערך המספרי של הסטטיסטי המתייחס להשערת האפס שצוינה לעיל. (הראה גם חישובי ביניים).
2. מהי התפלגות הסטטיסטי ומהם דרגות החופש?
3. ציין את הערך הקריטי עבור רמת מובהקות של 10%.
4. בצע את המבחן וציין האם השערת האפס נדחית.
5. האם מסקנתך מהמבחן הסטטיסטי היא שמקדמי המשתנים שהושמטו הם מובהקים או לא מובהקים במשותף (jointly significant/insignificant)?
6. נניח שברצוננו לבחון את ההשערה שלפיה שכל אחת מהגמישויות שווה ל 1 או שונה מ 1 בהתעלם מהסימן של המקדם ובהתייחס למודל B. חשב את הערכים המספריים של הסטטיסטיים לכל אחת מהגמישויות (הראה את חישוביך).
7. מהי התפלגות הסטטיסטיים, כולל דרגות חופש?
8. ציין את הערכים הקריטיים (או הטווח) עבור מבחן סטטיסטי ברמת מובהקות של 5%. (בסעיף 6 מופיע כל המידע הנדרש כדי שתוכל להחליט האם המבחן הסטטיסטי הוא עם זנב אחד או שני זנבות).
9. בצע את המבחן ורשום אם יש לדחות או לא לדחות את השערת האפס שכל אחת מהגמישויות הם מספרית 1. הראה את חישוביך.

שאלה 5

6.13 כלכלנית עבודה רצתה לבדוק את השפעת מספר שנות הלימוד ונסיון על ההכנסה. היא השתמשה בנתוני חתך (cross-section data) כדי לקבל את התוצאות הבאות:

$$\widehat{\ln E} = 7.71 + 0.094S + 0.023N - 0.000325N^2$$

$$(0.113)(0.005) \quad (0.009) \quad (0.000187)$$

$$R^2 = 0.337 \quad T=60$$

כאשר $\ln E$ הוא הלוגריתם הטבעי של ההכנסות, S הוא מספר שנות הלימוד ו N הוא מספר שנות הנסיון. R^2 לא מותאם לדרגות חופש (unadjusted) והערכים בסוגריים הן סטיות התקן.

1. בדוק את ההשערה (ציין מהי השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית) שלפיה למספר שנות הלימוד אין השפעה על ההכנסה. מהי מסקנתך?
2. בדוק את ההשערה (ציין מהי השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית) שלפיה הן למספר שנות הלימוד והן למספר שנות נסיון אין השפעה על ההכנסה. (כל המידע הנדרש לפתרון סעיף זה מצוי בשאלה).

3. תאר כיצד תבחן את ההשערה שלפיה למספר שנות הנסיון אין השפעה על ההכנסה. ציין מהי השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית; תאר מהם הרגרסיות הנוספות שעליך להריץ, אם בכלל; כתוב את הנוסחה לסטטיסטי המחושב לצורך ביצוע המבחן; ציין מהי התפלגות הסטטיסטי, מספר דרגות החופש והקריטריון לדחייה או אי דחייה של השערת האפס.
4. כתוב או גזור את הביטויים של גמישות ההכנסה ביחס (1) למספר שנות הלימוד (2) למספר שנות הנסיון. איזה מידע נוסף, אם בכלל, אתה צריך כדי לחשב את הגמישויות?
5. בחן את ההשלכות אם נמדוד את E ביחידות אחרות.

שאלה 6

6.15 נניח שהשתמשת במודל לוגריתמי (double-log) והרצת רגרסיה עם חותך בין $\ln Y$ לבין המשתנים המסבירים $X_1 = \ln X$ וכן $X_2 = \ln(X^2)$. הראה, כי לא ניתן לאמוד את המודל בגלל מולטיקולינאריות מושלמת.

שאלה 7

6.16 בקובץ DATA4-3 מופיעים המשתנים הבאים :

LH=ln(HOUSING) LP=ln(POP)
 LG=ln(GNP) LU=ln(UNEMP)
 LR=ln(INTRATE)

כאשר POP הוא אוכלוסיה, UNEMP – אבטלה, HOUSING – מספר התחלות בנייה, GNP – תוצר לאומי גלמי, INTRATE – שיעור ריבית הפריים. בטבלה הבאה מופיעים תוצאות לגבי מספר מודלים שנאמדו (LH הוא המשתנה התלוי):

Variable	Model A	Model B	Model C
CONSTANT	4.607 (0.21)	-4.968 (-1.51)	-4.759 (-1.45)
LG	2.914 (1.23)	1.904 (3.86)	1.873 (3.79)
LP	-3.349 (-0.44)		
LU	0.319 (0.95)	0.198 (1.08)	
LR	-1.313	-1.405	-1.229

	(-3.17)	(-4.01)	(-3.96)
ESS	0.533	0.538	0.571
R ²	0.479	0.474	0.442
R ² (adjusted)	0.363	0.391	0.386
F	4.140	5.699	7.907
d.f.	18	19	20
SGMASQ	0.0296	0.0283	0.0286
AIC	0.0358	0.0331	0.0322
FPE	0.0360	0.0333	0.0323
GCV	0.0378	0.0343	0.0328
HQ	0.0381	0.0348	0.0335
RICE	0.041	0.0359	0.0336
SCHWARZ	0.0458	0.0404	0.0374
SHIBATA	0.0332	0.0315	0.0313

שימו לב, כי הערכים בסוגריים הם ערכי ה- t , כלומר אומדן המקדם מחולק בסטיית התקן של האומדן.

- איזה משלושת המודלים הוא "הטוב ביותר"? הסבר את משמעות הביטוי "הטוב ביותר".
- במודל A בחן את השערת האפס המשותפת (ברמת מובהקות של 5%), שלפיה המקדמים של LP, LG, LU, LR כולם שווים ל 0. ציין מהי השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית, הסטטיסטי המחושב, התפלגותו תחת השערת האפס והקריטריון לדחיה או אי דחייה. מהי מסקנתך מהמבחן?
- בחן כל מקדם במודל A (פרט לחותך) ברמת מובהקות של 5%. בהתבסס על התוצאות, האם תמליץ שמספר משתנים יושמטו? אם תשובתך חיובית אילו משתנים תמליץ שיושמטו ומדוע?
- במודל A בחן את ההשערה המשותפת שלפיה המקדמים של המשתנים LP ו-LU הם 0. בהתבסס על התוצאה האם היית ממליץ להשמיט את המשתנים הללו? הסבר מדוע כן או מדוע לא להשמיט את המשתנים.