

תרגיל 1

שאלה 1

הוכיחו:

א. $E(aX+b) = aEX+b$

ב. $Var(aX+b) = a^2Var(X)$

ג. $Var(X) = EX^2 - (EX)^2$

ד. $Cov(aX+b, cY+d) = acCov(X,Y)$

ה. x_1 ו- x_2 הם משתנים מקריים כך ש:

$$V(x_1) = \sigma_1^2, V(x_2) = \sigma_2^2, Cov(x_1, x_2) = \sigma_{12}$$

נתון: $y=x_1+x_2$; $z=x_1-x_2$. מצאו את $Cov(y,z)$.

שאלה 2

הוכיחו:

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = \sum X_i^2 - n\bar{X}^2 = \sum X_i (X_i - \bar{X}) \quad 1.$$

$$\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \sum (X_i - \bar{X})Y_i = \sum (Y_i - \bar{Y})X_i = \sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y} \quad 2.$$

שאלה 3

$$S_{X,Y} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n} \quad S_X^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad \text{נסמן:}$$

$$\sum X = 50 \quad \text{להלן נתונים של מדגם (n=5):}$$

$$\sum Y = 60$$

$$\sum XY = 680$$

$$\sum X^2 = 600$$

$$\sum Y^2 = 800$$

חשבו את הביטויים הבאים:

1. \bar{X}	2. \bar{Y}	3. \bar{X}^2	4. \bar{X}^2	5. S_X^2
6. S_{Y-1000}^2	7. $S_{X,Y}$	8. $S_{3X,-2Y}$	9. S_{X+Y}^2	10. S_{X-Y}^2
11. S_{3X-2Y}^2	12. $S_{3(X-Y)}$	13. $\sum x^2$	14. $\sum y^2$	15. $\sum xy$
16. $\sum xX$	17. $\sum xY$	18. $r_{x,y}$	19. $r_{x,y}^2$	20. S_{Z_X,Z_Y}

שאלה 4

(2.2) מתוך אוכלוסיה של עיר נדגמו 500 משפחות. נגדיר את המשתנה המקרי X כרמת ההכנסה שנתית של משק הבית באלפי דולרים ואת המשתנה המקרי Y כערך הבית באלפי דולרים. המידע הבא הוא זמין לגבי המשתנים המקריים X, Y :

$$n = 500 \quad \sum_{i=1}^n x_i = 24,838 \quad \sum_{i=1}^n y_i = 107,226$$

$$\sum [x_i - \bar{x}]^2 = 66,398 \quad \sum [y_i - \bar{y}]^2 = 1,398,308$$

$$\sum [x_i - \bar{x}][y_i - \bar{y}] = 194,293$$

1. חשבו את הממוצע וסטיית התקן של ערך הבתים ושל הכנסת משקי הבית במדגם.
2. חשבו את המתאם בין ההכנסה לערך הבית.

שאלה 5

$$w_i = \frac{X_i - \bar{X}}{\sum (X_i - \bar{X})^2} = \frac{x_i}{\sum x_i^2} \quad \text{נגדיר:}$$

הוכיחו:

$$\sum w_i = 0 \quad \text{א.}$$

$$\sum w_i^2 = \frac{1}{\sum x_i^2} \quad \text{ב.}$$

$$\sum w_i x_i = \sum w_i X_i = 1 \quad \text{ג.}$$

שאלה 6

הניחו U משתנה מקרי עם תוחלת $EU=0$ ושונות $V(U)$. בוחרים מדגם מקרי מגודל n ומקבלים n ערכים U_1, U_2, \dots, U_n . חשבו:

א. $E\bar{U}$ ו- $V(\bar{U})$, כאשר \bar{U} הוא הממוצע של U במדגם.

ב. התוחלת Ey והשונות $V(y)$ של המשתנה y המוגדר: $y = x_1 u_1 + \dots + x_n u_n$

ג. אם U_i מתפלג נורמלית, כיצד יתפלג y ?